2) a) * pour $x \in D_f = \mathbb{R}$, $(-2-x) \in D_f$

* $f(-2-x)=\dfrac{(-2-x)+1}{\sqrt{(-2-x)^2+2(-2-x)+2}}$

$=\dfrac{-(x+1)}{\sqrt{x^2+2x+2}}=-f(x)$

d'où I(-1,0) est un centre de symétrie pour (ζ_f)

b) $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2+2x+2)\sqrt{x^2+2x+2}}$

$f''(x)=\dfrac{-3(x+1)}{(x^2+2x+2)^2.\sqrt{x^2+2x+2}}$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f''(x)	+	0	-

f'' s'annule en changeant de signe en -1 d'où I(-1,f(-1)) est un point d'inflexion : I(-1,0)

3) a) $f(x)=x \Leftrightarrow f(x)-x=0$

on pose $h(x)=f(x)-x$

$h'(x)=\dfrac{1}{(x^2+2x+2)\sqrt{x^2+2x+2}}-1$

$x^2+2x+2=1+(1+x)^2>1$

$\Rightarrow h'(x)<0$, h est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

h est continue sur $[0,1]$

$h(0)\times h(1)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times(\dfrac{2}{\sqrt{5}}-1)<0$

d'où l'équation h(x)=0 admet une solution $\alpha \in]0,1[$

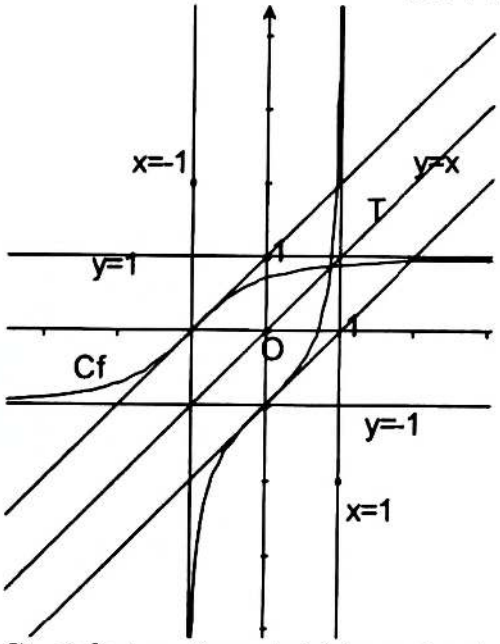
comme h est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$, alors α est unique $(\zeta_f)\cap\Delta=\{A(\alpha,\alpha)\}$

b)

x	$-\infty$	α	$+\infty$
h(x)	+	0	-
Position relative	$(\zeta_f)/\Delta$	A(α,α)	$\Delta/(\zeta_f)$

4) T : $y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$

T : $y=x+1$



5) a) f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ elle réalise donc une bijection de $\mathbb{R}$ sur

$J=f(\mathbb{R})=]-1,1[$

b) $(\zeta_{f^{-1}})=S_\Delta(\zeta_f)$ $\quad \Delta : y=x$

EX 12 :

$g(x)=tg(\pi x)$; $x \in \left]\dfrac{-1}{2},\dfrac{1}{2}\right[$

1) g est dérivable sur $\left]\dfrac{-1}{2},\dfrac{1}{2}\right[$

$g'(x)=\pi.(1+tg^2(\pi x))>0$

x	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
g'(x)	+		
g(x)	$-\infty$	↗	$+\infty$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to(\frac{1}{2})^-}(\pi x)=(\frac{\pi}{2})^- \\ \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} tgx=+\infty\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{(\frac{1}{2})^-} g=+\infty$

2) g est continue et strictement croissante sur $]-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}[$

elle réalise donc une bijection de $]-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}[$ sur

$g(I)=\left]\lim\limits_{(-\frac{1}{2})^+} g,\lim\limits_{(\frac{1}{2})^-} g\right[=\mathbb{R}$

Qarray.tn - Aqra Blech Qarray.tn